

А.С. КУЦЕНКО, д-р техн. наук,
С.В. КОНОХОВ

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ МАЛЫМ ПРОИЗВОДСТВЕННЫМ ПРЕДПРИЯТИЕМ

Запропоновану спрощену математичну модель малого виробничого підприємства, яка дозволяє провести адаптацію методів теорії автоматичного управління технічними системами до виробничих систем. Проведено оцінку області стійкості та робастної стійкості в умовах невизначеності одного із параметрів моделі.

Введение. Вторая половина XX века характеризуется активным внедрением математических методов в экономическую теорию. Это связано с двумя обстоятельствами. Во-первых, с расширением технико-экономических взаимосвязей между отраслями производства и между отдельными государствами, т.е. с переходом к мировой экономической системе. Во-вторых, появилась реальная возможность получать практические результаты при решении экономических задач математическими методами, благодаря интенсивному развитию вычислительной техники. Указанные обстоятельства привели к созданию новой специфической области теории управления - экономической кибернетики. Поскольку в основу применения методов теории управления положены математические модели объектов управления, то различными экономистами был предложен широкий спектр статических и динамических, макро и микроэкономических моделей. Из них следует отметить широко известные модели Кейнса, Фриша, Лундберга, Беги и Калецкого[1]. Наибольший вклад в разработку математических моделей экономики был сделан Л.В. Канторовичем[2], Дж. Фон Нейманом и О. Моргенштерном[3], а также Дж. Форрестером[4]. Последняя монография представляет особый интерес для специалистов в области теории управления, поскольку модель Дж. Форрестера описывает производственный процесс на язык обыкновенных дифференциальных уравнений, что позволяет привлечь хорошо разработанные методы управления техническими системами к решению задач управления производством.

Целью настоящей работы является адаптация некоторых подходов классической теории автоматического управления к простейшей системе управления малым производственным предприятием.

Постановка задачи. Рассмотрим малое производственное предприятие, структурная схема которого представлена на рис.1

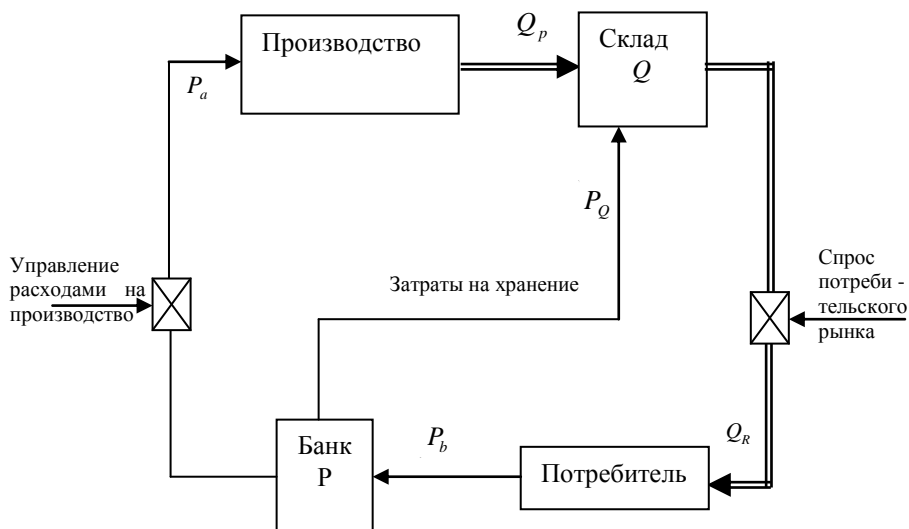


Рис. 1 – Структурная схема взаимосвязей между материальными и денежными потоками

==	– товарный поток;
—	– финансовый поток;
⊗	– регуляторы уровней производства и потребления;
Q	– количество готовой продукции на складе;
P	– количество денег на банковском счете предприятия;
Q_p	– интенсивность производства продукции;
Q_R	– интенсивность потребления продукции рынком;
P_a	– интенсивность расходов на производство;
P_b	– интенсивность доходов от реализации продукции;
P_Q	– интенсивность расходов на хранение готовой продукции.

В соответствии с рис.1 предприятие можно рассматривать как двухёмкостную динамическую систему (склад и банковский счет) с одним управляющим и одним возмущающим воздействиями (управление расходами на производство и спрос потребительского рынка). Необходимо синтезировать регулятор, обеспечивающий заданную политику роста капитала на банковском счете предприятия.

Математическая модель предприятия. В соответствии с приведенной структурной схемой, математическая модель объекта управления может быть представлена в виде двух дифференциальных уравнений материального и денежного балансов:

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= Q_P - Q_R, \\ \dot{P} &= P_b - P_Q - P_a.\end{aligned}\quad (1)$$

Интенсивности Q_P , P_b и P_a в первом приближении зададим в виде

$$\begin{aligned}Q_P &= \frac{P_a}{S}, \\ P_b &= CQ_R, \\ P_Q &= LQ,\end{aligned}\quad (2)$$

где S – себестоимость единицы продукции, C – цена единицы продукции при ее реализации, L – интенсивность расходов на хранение единицы готовой продукции.

Подставляя (2) в (1) получим окончательно

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= \frac{1}{S}P_a - Q_R, \\ \dot{P} &= CQ_R - LQ - P_a.\end{aligned}\quad (3)$$

Полученная система, представляет собой линейную систему дифференциальных уравнений в которой Q_R (спрос) является возмущением, а P_a – управляющим воздействием.

Соответствующая (3) структурная схема представлена на рис. 2.

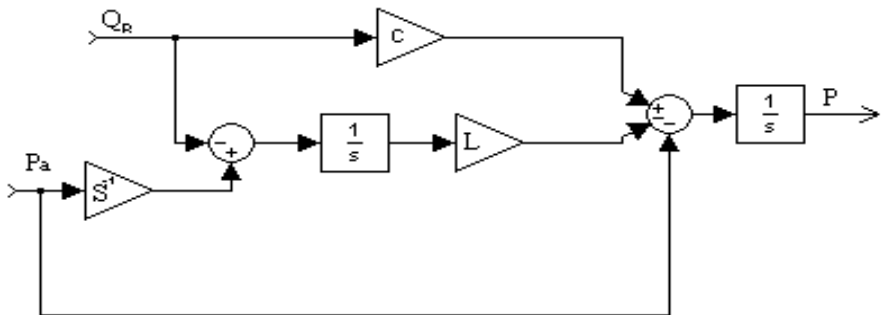


Рис. 2 – Структурная схема модели объекта управления

Как видно из структуры математической модели предприятия его работоспособность определяется наличием продукции Q на складе и суммы P на банковском счете при любых возмущениях спроса Q_R . Таким образом, основной задачей управления предприятием является выбор закона

управления P_a , обеспечивающего необходимые условия его функционирования при различных возмущениях величины спроса Q_R . Из приведенной постановки следует, что мы по сути дела имеем типичную задачу автоматического управления двумерной динамической системой, которая может решаться известными из теории управления методами. Для реализации системы управления предприятием необходимо располагать оперативными данными о количестве денег на счете P .

Синтез и исследование системы регулирования. Поскольку при постановке задачи предполагалось в качестве регулируемой переменной рассматривать сумму на банковском счете предприятия P , то процесс управления будем осуществлять на основании отклонения $\theta = P^* - P$, где P^* требуемая величина объема средств на счете предприятия, выбираемая в соответствии с его финансовой политикой. Структуру регулятора выберем в виде ПИД-регулятора

$$\begin{cases} \dot{\sigma} = \theta, \\ P_x = k_1\theta + k_2\sigma + k_3\dot{\theta}, \end{cases} \quad (4)$$

где k_1, k_2, k_3 – варьируемые коэффициенты регулятора, P_x – выход регулятора.

Учтем также инерционность исполнительного звена системы управления при принятии решения об изменении объема производства в виде инерционного звена 1-го порядка

$$T\dot{P}_a + P_a = P_x, \quad (5)$$

где T – постоянная времени исполнения.

При сделанных предположениях система автоматического регулирования предприятием будет описываться системой дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \frac{1}{S} P_a - Q_R, \\ \dot{P} &= CQ_R - LQ - P_a, \\ \dot{\sigma} &= \theta, \\ P_x &= k_1\theta + k_2\sigma + k_3\dot{\theta}, \\ \theta &= P^* - P, \\ T\dot{P}_a &= P_x - P_a. \end{aligned} \quad (6)$$

Характеристическое уравнение замкнутой системы управления запишется как:

$$T\lambda^4 + (1 - k_3)\lambda^3 + (-k_1 - \mu k_3)\lambda^2 + (k_2 - \mu k_1)\lambda - \mu k_2 = 0. \quad (7)$$

$$\text{где } \mu = \frac{L}{S}.$$

Выбором коэффициентов усиления регулятора k_1, k_2 и k_3 можно получить необходимые распределения корней уравнения (7), исходя из требований к качеству переходных процессов.

Для частого случая ПИ-регулятора и малого запаздывания в исполнительной цепи ($T \approx 0$) область аperiodической устойчивости в соответствии с диаграммой Вышнеградского имеет вид:

$$\frac{k_1^2(k_2 + \mu k_1)^2}{\mu^2 k_2^2} - 4\left(\frac{(k_2 + \mu k_1)}{\mu k_2} - \frac{k_1^3}{\mu^2 k_2^2}\right) - 18\frac{k_1(k_2 + \mu k_1)}{\mu^2 k_2} - 27 < 0. \quad (8)$$

Выбор коэффициентов усиления регулятора k_1 и k_2 при условии неопределенности значения параметра μ осуществлялся на основании известной теоремы Харитонов о робастной устойчивости интервальных полиномов. Область робастной устойчивости в этом случае представима как:

$$k_2 < \frac{A_m k_1}{A^m - k_1}, \quad (9)$$

где A_m и A^m – нижняя и верхняя границы изменения параметра μ .

Полученные области аperiodической и робастной устойчивости могут быть положены в основу выбора коэффициентов регулятора уровня производства по количеству денег на банковском счете предприятия.

Переходные процессы в относительных единицах при ступенчатых изменениях задающего и возмущающего воздействий для различных значений коэффициентов усиления ПИ-регулятора k_1 и k_2 показаны на рис. 3-6.

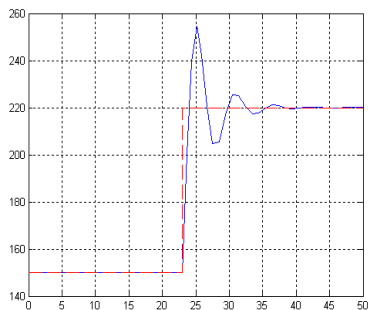


Рис. 3 Переходный процесс при ступенчатом изменении задающего воздействия при $k_1 = -1$, $k_2 = -1$

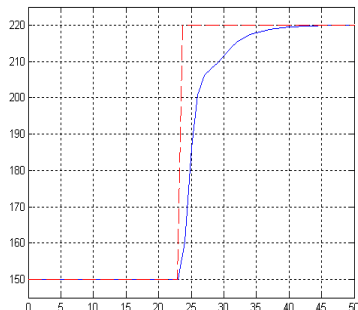


Рис. 4 Переходный процесс при ступенчатом изменении задающего воздействия при $k_1 = -1$, $k_2 = -0.3$

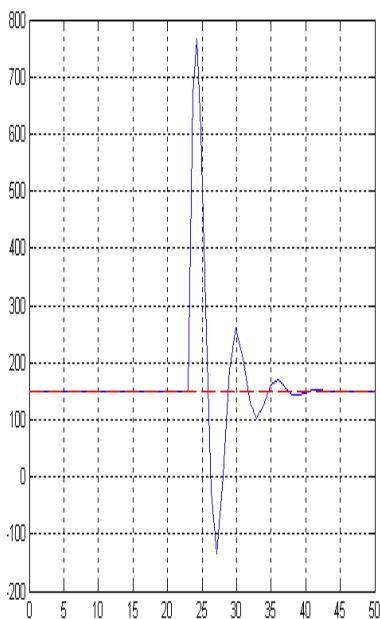


Рис. 5 Переходный процесс при ступенчатом изменении возмущающего воздействия при $k_1 = -1$, $k_2 = -1$

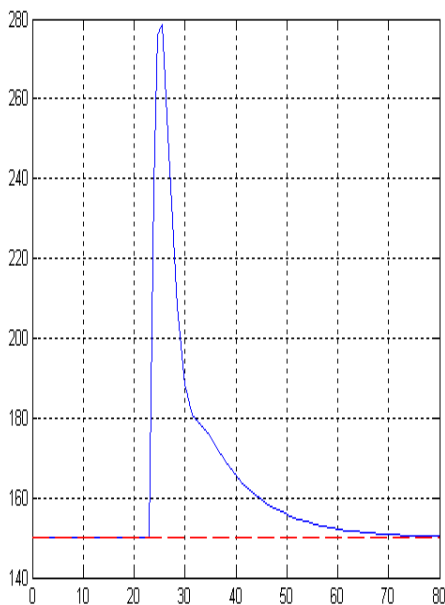


Рис. 6 Переходный процесс при ступенчатом изменении возмущающего воздействия при $k_1 = -1$, $k_2 = -0.1$

Заключение. Предложенная математическая модель малого производственного предприятия и методика параметрического синтеза робастно устойчивой системы управления позволила получить качественную картину изменения суммы на банковском счете предприятия при возмущениях спроса, а также изменении задающего воздействия, соответствующего финансовой политике предприятия. Дальнейшее развитие настоящего подхода связано с уточнением математической модели и учетом большего количества интервально заданных параметров.

Список литературы: 1. Фель К. Модели экономических систем регулирования более высоких порядков// Процессы регулирования в моделях экономических систем. М., 1961. с. 138-160
2. Канторович Л.В., Горстко А.Б. Оптимальные решения в экономике. М.: Наука, 1972. 232 с.
3. Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970. 707с.
4. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия. М.: Прогресс, 1971. 340с.

Поступила в редколлегию 02.12.05